

«УТВЕРЖДАЮ»

**Директор
Федерального института
педагогических измерений**



**А.Г. Ершов
2010 г.**

Государственная (итоговая) аттестация 2010 года (в новой форме)
по МАТЕМАТИКЕ обучающихся, освоивших основные
общеобразовательные программы

**Демонстрационный вариант
экзаменационной работы для проведения в 2010 году
государственной (итоговой) аттестации (в новой форме)
по МАТЕМАТИКЕ обучающихся, освоивших основные
общеобразовательные программы основного общего
образования**

подготовлен Федеральным государственным научным учреждением
«ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ»

**Демонстрационный вариант
экзаменационной работы для проведения в 2010 году
государственной (итоговой) аттестации (в новой форме)
по МАТЕМАТИКЕ обучающихся, освоивших основные
общеобразовательные программы основного общего образования**

Демонстрационный вариант 2

Пояснения к демонстрационному варианту экзаменационной работы

При ознакомлении с демонстрационным вариантом следует иметь в виду, что включенные в него задания не отражают всех элементов содержания, которые будут проверяться с помощью вариантов КИМ в 2010 году. Полный перечень элементов содержания и умений, которые могут контролироваться на экзамене 2010 года, приведен в кодификаторах, размещенных на сайте www.fipi.ru.

Демонстрационный вариант предназначен для того, чтобы дать возможность любому участнику экзамена и широкой общественности составить представление о структуре будущей экзаменационной работы, числе и форме заданий, а также их уровне сложности. Приведенные критерии оценивания выполнения заданий с развернутым ответом, включенные в этот вариант, позволят составить представление о требованиях к полноте и правильности записи развернутого ответа.

Эти сведения дают выпускникам возможность выработать стратегию подготовки к сдаче экзамена по математике.

Демонстрационный вариант 2010 года

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух частей. В первой части 18 заданий, во второй – 5. На выполнение всей работы отводится 4 часа (240 минут). Время выполнения первой части ограничено, по истечении этого времени заполненный бланк № 1 сдается.

При выполнении заданий первой части ответы укажите сначала на листах с заданиями экзаменационной работы, а затем перенесите в бланк № 1. Все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Если задание содержит рисунок, то на нем можно проводить дополнительные построения.

Ответы на задания второй части указываются на бланке № 2 с развернутой записью хода решения. Текст задания можно не переписывать, необходимо лишь указать его номер.

Правильный ответ в зависимости от сложности каждого задания оценивается одним или несколькими баллами. Баллы, полученные вами за все выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать как можно больше баллов.

Желаем успеха!

Часть 1

- 1 Площадь территории Испании составляет 506 тыс. км². Как эта величина записывается в стандартном виде?

- 1) $5,06 \cdot 10^2 \text{ км}^2$ 3) $5,06 \cdot 10^4 \text{ км}^2$
2) $5,06 \cdot 10^3 \text{ км}^2$ 4) $5,06 \cdot 10^5 \text{ км}^2$

- 2 Из 59 девятиклассников школы 22 человека приняли участие в городских спортивных соревнованиях. Сколько приблизительно процентов девятиклассников приняли участие в соревнованиях?

- 1) 0,37 % 2) 27 % 3) 37 % 4) 2,7 %

- 3 Числа a и b отмечены точками на координатной прямой. Расположите в порядке возрастания числа $\frac{1}{a}$, $\frac{1}{b}$ и 1.



- 1) $\frac{1}{a}, \frac{1}{b}, 1$ 2) $1, \frac{1}{b}, \frac{1}{a}$ 3) $\frac{1}{a}, 1, \frac{1}{b}$ 4) $\frac{1}{b}, \frac{1}{a}, 1$

- 4 Найдите значение выражения $\frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} - 1$ при $x = 1$.

Ответ: _____

- 5 Из формулы периода обращения $T = \frac{t}{N}$ выразите время вращения t .

Ответ: _____

- 6 Какое из приведенных ниже выражений тождественно равно произведению $(x - 4)(x - 2)$?

- 1) $(x - 4)(2 - x)$
2) $-(x - 4)(2 - x)$
3) $(4 - x)(x - 2)$
4) $-(4 - x)(2 - x)$

- 7 Представьте выражение $6m + \frac{3 - 7m^2}{m}$ в виде дроби.

Ответ: _____

8 Какое из данных выражений **не равно** выражению $\frac{\sqrt{20}}{3}$?

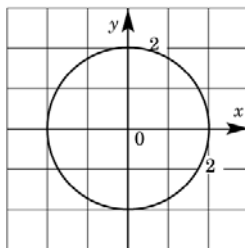
- 1) $\frac{2\sqrt{5}}{3}$ 2) $\frac{20}{3\sqrt{20}}$ 3) $\frac{10}{3\sqrt{5}}$ 4) $\sqrt{\frac{20}{3}}$

9 Решите уравнение $x^2 + 7x - 18 = 0$.

Ответ: _____

10 Окружность, изображенная на рисунке, задается уравнением $x^2 + y^2 = 4$. Используя рисунок, установите соответствие между системами уравнений и утверждениями: к каждому элементу первого столбца подберите элемент из второго столбца.

- А) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ y = -x \end{cases}$ 1) система имеет одно решение
 Б) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ y = x - 4 \end{cases}$ 2) система имеет два решения
 В) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ y = -2 \end{cases}$ 3) система не имеет решений



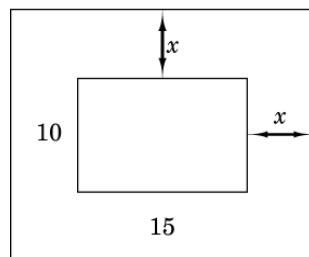
Запишите в таблицу выбранные цифры.

А	Б	В

11 Прочитайте задачу:
 «Фотография имеет форму прямоугольника со сторонами 10 см и 15 см. Ее наклеили на белую бумагу так, что вокруг фотографии получилась белая окантовка одинаковой ширины. Площадь, которую занимает фотография с окантовкой, равна 500 см^2 . Какова ширина окантовки?»

Пусть ширина окантовки равна x см. Какое уравнение соответствует условию задачи?

- 1) $(10 + 2x)(15 + 2x) = 500$
 2) $(10 + x)(15 + x) = 500$
 3) $10 \cdot 15 + (10x + 15x) \cdot 2 = 500$
 4) $(10 + 2x)(15 + x) = 500$



12 Решите неравенство $20 - 3(x + 5) < 1 - 7x$.

Ответ: _____

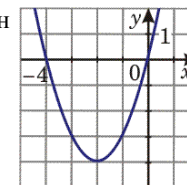
13 При каких значениях x верно неравенство $x^2 + 2x - 3 < 0$?
 Ответ: _____

14 Из арифметических прогрессий, заданных формулой n -го члена, выберите ту, для которой выполняется условие $a_{25} < 0$.

- 1) $a_n = 2n$ 3) $a_n = -2n + 100$
 2) $a_n = -2n + 50$ 4) $a_n = 2n - 100$

15 График какой из перечисленных ниже функций изображен на рисунке?

- 1) $y = x^2 + 4$
 2) $y = x^2 + 4x$
 3) $y = -x^2 - 4x$
 4) $y = -x^2 - 4$



16 Компания предлагает на выбор два разных тарифа для оплаты телефонных разговоров: тариф А и тариф В. Для каждого тарифа зависимость стоимости разговора от его продолжительности изображена графически. На сколько минут хватит 550 р., если используется тариф В?



Ответ: _____ мин.

17 На 1000 электрических лампочек в среднем приходится 5 бракованных. Какова вероятность купить исправную лампочку?

Ответ: _____

18 Записан рост (в сантиметрах) пяти учащихся: 158, 166, 134, 130, 132. На сколько отличается среднее арифметическое этого набора чисел от его медианы?

Ответ: _____

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Часть 2

Для ответов на задания 19–23 используйте бланк ответов № 2. Укажите сначала номер задания, а затем запишите его решение.

19

Решите уравнение $x^3 - 6x^2 - 4x + 24 = 0$.

20

Решите неравенство $(\sqrt{19} - 4,5)(5 - 3x) > 0$.

21

В геометрической прогрессии сумма первого и второго членов равна 108, а сумма второго и третьего членов равна 135. Найдите первые три члена этой прогрессии.

22

Прямая $2x + 3y = c$, где c – некоторое число, касается гиперболы $y = \frac{6}{x}$ в точке с отрицательными координатами. Найдите c .

23

Из пункта А в пункт В, расположенный ниже по течению реки, отправился плот. Одновременно навстречу ему из пункта В вышел катер. Встретив плот, катер сразу повернул и поплыл назад. Какую часть пути от А до В пройдет плот к моменту возвращения катера в пункт В, если скорость катера в стоячей воде вчетверо больше скорости течения реки?

Система оценивания экзаменационной работы

Ответы к заданиям части I

Номер задания	Правильный ответ
1	4
2	3
3	1
4	$-\frac{5}{12}$
5	$t = TN$
6	2
7	$\frac{3-m^2}{m}$
8	4
9	$x_1 = 2, x_2 = -9$
10	231
11	1
12	$x < -1$
13	$(-3; 1)$
14	4
15	2
16	220
17	0,995 (или: 99,5%)
18	На 10 см

Решения и критерии оценивания к заданиям части 2

19 Решите уравнение $x^3 - 6x^2 - 4x + 24 = 0$.

//Ответ: -2; 2; 6.

//Решение. Разложим на множители левую часть уравнения. Получим:
 $x^2(x-6) - 4(x-6) = 0$, $(x-6)(x^2-4) = 0$, $x-6=0$ или $x^2-4=0$. Значит,
уравнение имеет корни: -2; 2; 6.

Баллы	Критерии оценивания выполнения задания
2	Ход решения верный, оба его шага выполнены, получен верный ответ.
1	Ход решения правильный, многочлен в левой части уравнения разложен на множители, но при этом допущена ошибка в знаке, например, получен двучлен $x^2 + 4$, ответ дан с учетом этой ошибки. Или допущена описка на последнем шаге.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

20 Решите неравенство $(\sqrt{19} - 4,5)(5 - 3x) > 0$.//Ответ: $(1\frac{2}{3}; +\infty)$. Другая возможная форма ответа: $x > 1\frac{2}{3}$.//Решение. 1) Определим знак разности $\sqrt{19} - 4,5$. Так как $4,5 = \sqrt{20,25}$ и $\sqrt{20,25} > \sqrt{19}$, то $\sqrt{19} - 4,5 < 0$.2) Получаем неравенство $5 - 3x < 0$. Отсюда $x > 1\frac{2}{3}$.

Баллы	Критерии оценивания выполнения задания
3	Ход решения верный, оба его шага выполнены, получен верный ответ.
2	Ход решения верный, правильно выполнен первый шаг, но при решении линейного неравенства допущена вычислительная ошибка или описка.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

21 В геометрической прогрессии сумма первого и второго членов равна 108, а сумма второго и третьего членов равна 135. Найдите первые три члена этой прогрессии.

//Ответ: 48, 60, 75.

//Решение. 1) Пусть (b_n) – данная геометрическая прогрессия. Составим

$$\text{систему } \begin{cases} b_1 + b_1 q = 108 \\ b_1 q + b_1 q^2 = 135 \end{cases} \text{ Далее: } \begin{cases} b_1(1+q) = 108 \\ b_1 q(1+q) = 135 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b_1(1+q) = 108 \\ q \cdot 108 = 135 \end{cases}$$

$$\text{Отсюда } q = \frac{5}{4}, b_1 = 48.$$

$$2) b_2 = 48 \cdot \frac{5}{4} = 60, b_3 = 60 \cdot \frac{5}{4} = 75.$$

Баллы	Критерии оценивания выполнения задания
3	Ход решения верный, оба его шага выполнены, получен верный ответ.
2	Ход решения верный, решение доведено до конца, но допущена одна вычислительная ошибка и ответ отличается от правильного.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

- 22** Прямая $2x + 3y = c$, где c – некоторое число, касается гиперболы $y = \frac{6}{x}$ в точке с отрицательными координатами. Найдите c .

//Ответ: $c = -12$.

//Решение. Из уравнения $2x + 3y = c$ выразим y : $y = -\frac{2}{3}x + \frac{c}{3}$. Графики

функций $y = -\frac{2}{3}x + \frac{c}{3}$ и $y = \frac{6}{x}$ имеют единственную общую точку в том и

только в том случае, когда уравнение $-\frac{2}{3}x + \frac{c}{3} = \frac{6}{x}$ имеет один корень.

Получаем: $2x^2 - cx + 18 = 0$; $D = c^2 - 144 = 0$; $c = \pm 12$. Так как точка касания имеет отрицательные координаты, то $c < 0$ (учащиеся могут прийти к этому выводу хотя бы из геометрических соображений). Поэтому условию задачи удовлетворяет только $c = -12$ (в этом случае получаем прямую $y = -\frac{2}{3}x - 4$,

которая касается ветви гиперболы, расположенной в третьей четверти, т.е. в точке с отрицательными координатами).

Комментарий. Подробное обоснование, почему выбрано значение $c < 0$, не требуется. Возможно наличие схематического рисунка.

Баллы	Критерии оценивания выполнения задания
4	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ.
3	Ход решения верный, все его шаги выполнены, но допущена вычислительная ошибка или описка.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

23

Из пункта А в пункт В, расположенный ниже по течению реки, отправился плот. Одновременно навстречу ему из пункта В вышел катер. Встретив плот, катер сразу повернул и поплыл назад. Какую часть пути от А до В пройдет плот к моменту возвращения катера в пункт В, если скорость катера в стоячей воде вчетверо больше скорости течения реки?

//Ответ: плот пройдет $\frac{2}{5}$ всего пути.

//Решение. Пусть скорость течения реки (и плота) x км/ч. Тогда скорость катера против течения равна $4x - x = 3x$ км/ч, а по течению $4x + x = 5x$ км/ч. Следовательно, скорость катера против течения в 3 раза больше скорости плота, а по течению – в 5 раз больше скорости плота. Если плот до встречи проплыл S км, то катер – в 3 раза больше, т.е. $3S$ км. После встречи катер пройдет $3S$ км, а плот – в 5 раз меньше, т.е. $\frac{3S}{5}$ км. Всего плот пройдет

$S + \frac{3S}{5} = \frac{8S}{5}$. Отношение пройденного плотом пути ко всему пути равно

$$\frac{8S}{5} : \frac{8S}{5} = \frac{2}{5}.$$

Другое возможное решение. Пусть скорость течения реки (и плота) x км/ч. Тогда скорость катера против течения равна $4x - x = 3x$ км/ч, а по течению $4x + x = 5x$ км/ч. Скорость сближения катера и плота равна $x + 3x = 4x$ км/ч. Встреча произошла через $\frac{AB}{4x}$ ч. За это время плот проплыл

$x \cdot \frac{AB}{4x} = \frac{AB}{4}$ км, а катер – $\frac{3AB}{4}$ км. Обратный путь катер пройдет за

$\frac{3AB}{4} : 5x = \frac{3AB}{20x}$ ч. Плот за это время проплывет расстояние, равное

$x \cdot \frac{3AB}{20x} = \frac{3AB}{20}$ км, а всего он проплывет $\frac{AB}{4} + \frac{3AB}{20} = \frac{2AB}{5}$ км.

Баллы	Критерии оценивания выполнения задания
4	Ход решения верный, все его шаги выполнены, получен верный ответ.
3	Ход решения верный, все его шаги выполнены, но допущена одна ошибка – в преобразованиях или в вычислениях, с ее учетом дальнейшие шаги выполнены правильно.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.